

## LIS = Longest Increasing Subsequence

najdłuższy podciąg rosnący

przykład:

23, 53, 74, 16, 99, 70, 82, 37, 41

23, 53, 74, 16, 99, 70, 82, 37, 41

zatem

$\text{LIS}(23, 53, 74, 16, 99, 70, 82, 37, 41) = 4$   
długość najdłuższego podciągu rosnącego,  
który daje się wybrać z zadanego ciągu

algorytm **Robinsona-Schensteda-Knutha**  
to bijekcja:

### WEJŚCIE:

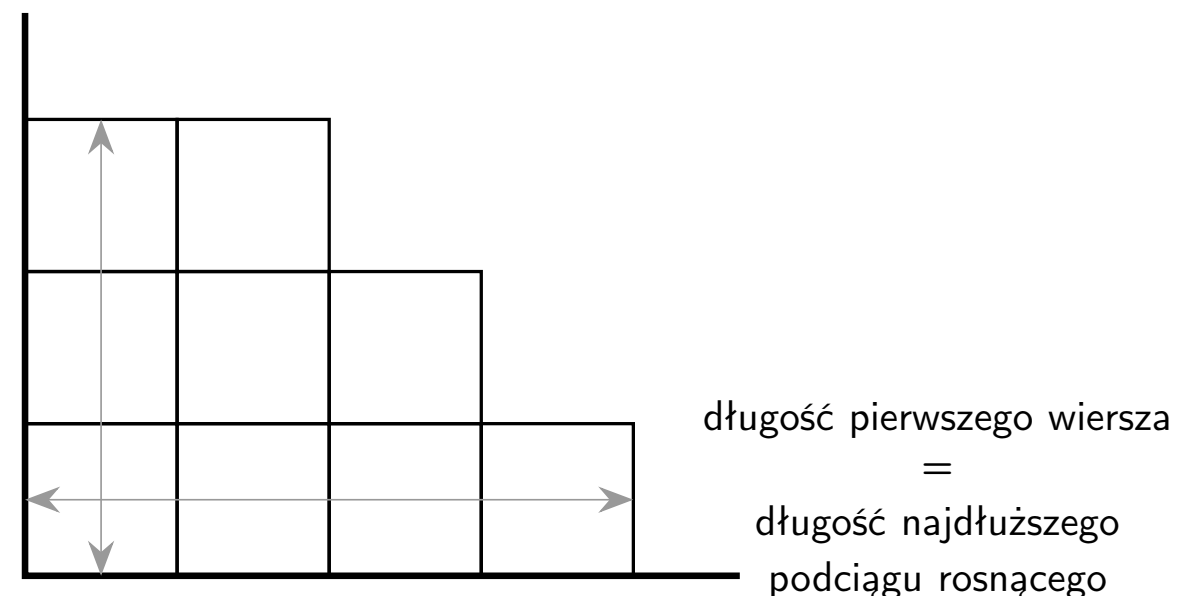
ciąg (różnowartościowy) długości  $n$

### WYJŚCIE:

- semistandardowe tableau  $P$  zwane *insertion tableau*  
(którego wyrazy się nie powtarzają),
- standardowe tableau  $Q$  zwane *recording tableau*,

tableau  $P$  oraz  $Q$  mają ten sam kształt złożony z  $n$  klatek

długość pierwszej kolumny = długość najdłuższego podciągu malejącego



### Zadanie domowe z archiwów Olimpiady Matematycznej

Niech  $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_{101})$  będzie dowolnym ciągiem bez powtórzeń o 101 wyrazach.

Udowodnij, że zachodzi co najmniej jeden z poniższych warunków:

- ▶ z ciągu  $\pi$  można wybrać podciąg *rosnący* długości 11, lub
- ▶ z ciągu  $\pi$  można wybrać podciąg *malejący* długości 11.

### Zadanie domowe

Przez  $\pi_n$  oznaczamy losową permutację ciągu  $1, 2, \dots, n$ . Uzasadnij, że prawdopodobieństwo tego, że  $\pi_n$  zawiera długi podciąg rosnący jest bardzo małe (dla dużych  $n$ ):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P} \left\{ \pi_n : \text{LIS}(\pi_n) > 3\sqrt{n} \right\} = 0.$$

## algorytm Robinsona-Schensteda-Knutha

Rozpocznij od dwóch pustych tableau. Po kolei czytaj litery słowa. Z każdą literą postępuj zgodnie z następującymi zasadami:

1. zacznij od dolnego wiersza *insertion tableau*  $P$ ,
2. literę wstaw jak najbardziej na prawo do *insertion tableau*  $P$ , tak aby wiersz nadal był rosnący,
3. jeśli musiałaś/eś wypchnąć jakąś literę, teraz musisz ją wstawić do następnego wiersza, zgodnie z zasadą numer 2,
4. jeśli wstawiłaś/eś literę do pustej klatki w *insertion tableau*  $P$ , odnotuj informację o pozycji tej klatki w *recording tableau*  $Q$  i przejdź do kolejnej litery.



74	99				
23	53	70			
16	37	41	82		

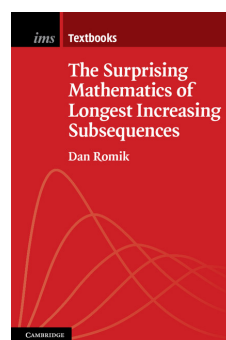
insertion tableau  $P(w)$

8	9				
4	6	7			
1	2	3	5		

recording tableau  $Q(w)$

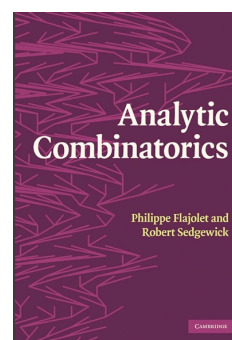
$$w = (23, 53, 74, 16, 99, 70, 82, 37, 41, 18)$$

Dalsza  
lektura



Dan Romik  
„The Surprising Mathematics  
of Longest Increasing  
Subsequences”

legalny plik PDF  
dostępny na stronie autora



Philippe Flajolet,  
Robert Sedgewick  
„Analytic  
Combinatorics”

legalny plik PDF  
dostępny na  
stronach autorów



więcej o kombinatoryce  
asymptotycznej?

[psniady.impan.pl](http://psniady.impan.pl)

CIRM Lectures 2017  
„Characters, maps, free cumulants”